
FORÇAS E TORQUES EM CAMPOS MAGNÉTICOS

FORCES AND TORQUES IN MAGNETIC FIELDS

1) Uma carga eléctrica considerada pontual de 1 mC encontra-se no vazio e está animada com a velocidade de $3\mathbf{u}_x$ m/s. O campo magnético na região é de $100\mathbf{u}_y$ A/m. Determine o vector força que actua sobre a carga por acção do campo. *One point electrical charge of 1mC is under the vacuum and is animated with a speed of $3\mathbf{u}_x$ m/s. The magnetic field in the region is of $100\mathbf{u}_y$ A/m. Find the vector force acting on the electrical charge by the action of the field.*

$$\vec{F}_m = Q\vec{U} \times \vec{B} \quad \vec{U} = 3\vec{u}_x \quad \vec{H} = 100\vec{u}_y \quad \vec{B} = \mu\vec{H} \quad \mu = \mu_0$$

Resolução [Resolution](#)

$$\vec{F}_m = Q\vec{U} \times \mu_0 \vec{H} \quad \vec{F}_m = 1 \times 10^{-3} \times 3\vec{u}_x \times 1.256 \times 10^{-6} \times 100\vec{u}_y$$

$$\vec{F}_m = 376.8 \times 10^{-9} \vec{u}_z \text{ N} \quad \vec{F}_m = 376.8 \vec{u}_z \text{ nN}$$

Resposta [Answer](#)

$$\vec{F}_m = 376.8 \vec{u}_z \text{ nN}$$

2) Considere uma zona do espaço onde está definido um referencial cartesiano no qual coexistem dois campos. Um deles é um campo magnético dado por $5\mathbf{u}_x + 4\mathbf{u}_y - 3\mathbf{u}_z$ (A/m) e outro é um campo eléctrico dado por $200\mathbf{u}_x - 150\mathbf{u}_y + 280\mathbf{u}_z$ (V/m). Diga se a seguinte afirmação é verdadeira ou falsa: **“Para o cálculo da acção conjunta dos dois campos de sobre uma partícula carregada que se encontra em movimento é válido o teorema da sobreposição.”** *Consider a region of space where it is defined a Cartesian frame in which two fields coexist. One is a magnetic field given by $5\mathbf{u}_x + 4\mathbf{u}_y - 3\mathbf{u}_z$ (A/m) and the other is an electric field given by $200\mathbf{u}_x - 150\mathbf{u}_y + 280\mathbf{u}_z$ (V/m). Say whether the following statement is true or false: **“For the calculation of the action of the two fields on a electrical charged particle in motion the superposition theorem is valid.”***

$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_e \quad \vec{F}_e = Q\vec{E} \quad \vec{F}_m = Q\vec{U} \times \vec{B}$$

Resolução [Resolution](#)

$$\vec{F} = \vec{F}_m + \vec{F}_e \quad \vec{F} = Q\vec{U} \times \vec{B} + Q\vec{E} \quad \vec{F} = Q(\vec{U} \times \vec{B} + \vec{E})$$

Resposta [Answer](#)

Sim, o teorema da sobreposição é aplicável. *Yes, the superposition theorem is valid.*

3) Um condutor de comprimento 2m está localizado segundo o eixo-z no vazio e na presença de um campo magnético de 500A/m segundo o eixo-x. *One conductor of length 2m is located along the z-axis in the vacuum and in the presence of magnetic field of 500A/m along the x-axis.*

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$d\vec{l} = \vec{u}_z dz$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

$$\mu = \mu_0$$

a) Encontre a expressão da força exercida sobre o condutor em função da corrente que o atravessa. *Find the expression of the force on the conductor due to the current.*

Resolução *Resolution*

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}$$

$$d\vec{F} = I \vec{u}_z dz \times \mu_0 H \vec{u}_x$$

$$d\vec{F} = \mu_0 I H dz \vec{u}_y$$

$$\vec{F} = \mu_0 H I \vec{u}_y \int_{Z_0}^Z dz$$

$$\vec{F} = \mu_0 H I \vec{u}_y (Z - Z_0)$$

$$\vec{F} = 2 \times I \times 500 \times 1.256 \times 10^{-6} \vec{u}_y$$

$$\vec{F} = I \times 1256 \times 10^{-6} \vec{u}_y$$

$$\vec{F} = 1.256 \times 10^{-3} \times I \times \vec{u}_y$$

Resposta *Answer*

$$\vec{F} = 1.256 \times 10^{-3} \times I \times \vec{u}_y \quad (\text{N})$$

b) Qual a força exercida sobre o condutor sabendo que a corrente que o atravessa é de 25A? *What is the force exerted on the conductor knowing that the current is 25A?*

$$\vec{F} = 1.256 \times 10^{-3} \times I \times \vec{u}_y$$

$$I = 25 \text{ A}$$

Resolução *Resolution*

$$\vec{F} = 1.256 \times 10^{-3} \times 25 \times \vec{u}_y$$

$$\vec{F} = 31.4 \times 10^{-3} \vec{u}_y$$

Resposta *Answer*

$$\vec{F} = 31.4 \times 10^{-3} \times \vec{u}_y \quad (\text{N})$$

4) Dois condutores longos rectilíneos e paralelos são percorridos por uma corrente I . Estão no vácuo e distam entre si de R , tendo as correntes que os percorrem a mesma direcção e sentido. (responda em função do referencial que adoptar) *Two straight long and parallel conductors in the vacuum spaced from a distance R are crossed by a current, I . The two currents have the same direction of circulation. (answer in terms of the reference to be adopted)*

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \frac{I}{2\pi R} \vec{a}_y \quad \text{para } x=(R, 0, 0) \text{ e corrente segundo } \vec{u}_z \quad \text{for } x=(R, 0, 0) \text{ and current along } \vec{u}_z$$

a) Encontre a expressão da densidade de fluxo magnético gerado por cada um dos condutores à distância R . *Find the expression of the magnetic flux density generated by each one of the conductors at a distance R .*

Resolução [Resolution](#)

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \frac{I}{2\pi R} \vec{a}_y$$

Resposta [Answer](#)

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \frac{I}{2\pi R} \vec{a}_y \quad \text{para } x=(R, 0, 0) \text{ e corrente segundo } \vec{u}_z \quad \text{for } x=(R, 0, 0) \text{ and current along } \vec{u}_z$$

b) Encontre a expressão da força por unidade de comprimento exercida sobre cada um dos condutores. *Find the expression of the force per unit of length applied on each conductor.*

Resolução [Resolution](#)

procurando a força que o condutor que está no eixo- z exerce no condutor que está em $x=R, y=0$. *finding the force which the conductor in the z -axis makes in the conductor in $x=R, y=0$.*

$$\vec{B} = \mu_o \mu_r \frac{I}{2\pi R} \vec{a}_y$$

$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}$$

$$d\vec{l} = \vec{u}_z dz$$

$$d\vec{F} = I\vec{u}_z dz \times \mu_o \mu_r \frac{I}{2\pi R} \vec{a}_y$$

$$\frac{d\vec{F}}{dz} = -\mu_o \mu_r \frac{I^2}{2\pi R} \vec{a}_x$$

Resposta [Answer](#)

$$\frac{d\vec{F}}{dz} = -\mu_o \mu_r \frac{I^2}{2\pi R} \vec{a}_x \quad \text{o condutor em } x=R \text{ e } y=0 \text{ é atraído para o condutor em } x=0 \text{ e } y=0 \text{ e vice-versa.}$$

the conductor in $x=R, y=0$ is attracted to the conductor in $x=0$ and $y=0$ and vice-versa.

c) Qual a força resultante sobre 10m de condutor sabendo que a corrente que os atravessa é de 20A e que estes estão distanciados de 0,1mm? [What is the resulting force on 10m of the conductor knowing that the current through them is 20A, and that they are spaced by 0.1mm?](#)

$$\frac{d\vec{F}}{dz} = -\mu_o\mu_r \frac{I^2}{2\pi R} \vec{a}_x \quad \mu_r = 1 \quad I = 20 \text{ A} \quad R = 0.1 \times 10^{-3} \text{ m}$$

Resolução [Resolution](#)

$$\frac{d\vec{F}}{dz} = -\mu_o\mu_r \frac{I^2}{2\pi R} \vec{a}_x \quad \vec{F} = -1.256 \times 10^{-6} \frac{20^2}{2\pi 0.1 \times 10^{-3}} \vec{a}_x \int_z^{z+10} dz$$

$$\vec{F} \cong -8 \vec{a}_x \text{ N}$$

Resposta [Answer](#)

$$\vec{F} \cong -8 \vec{a}_x \text{ N}$$

5) O campo magnético no entre-ferro de ar de um circuito magnético de secção 25cm² é de 6000A/m. Determine a força de atracção entre as faces do entre-ferro perpendiculares ao fluxo. [The magnetic field in the air-gap of a iron circuit with section of 25cm² is 6000 A/m. Find the attraction force between the faces of the air-gap perpendicular to the magnetic flux.](#)

$$F = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} S \quad S = 25 \text{ cm}^2 = 25 \times 10^{-4} \text{ m}^2 \quad H = 6000 \text{ A/m} \quad \vec{B} = \mu_o \vec{H}$$

Resolução [Resolution](#)

$$F = \frac{1}{2} \frac{(\mu_o H)^2}{\mu_o} S \quad F = \frac{1}{2} \mu_o H^2 S$$

$$F = \frac{1}{2} 1.256 \times 10^{-6} \times 6000^2 \times 25 \times 10^{-4} \quad F \cong 57 \times 10^{-3} \text{ N}$$

Resposta [Answer](#)

$$F \cong 57 \times 10^{-3} \text{ N} \quad \text{força de atracção entre as faces. } \text{attraction force between the faces}$$

6) Uma espira rectangular encontra-se no plano xoy com o seu centro em (0, 0, 0). A espira que se encontra no vazio mede 10 cm segundo o eixo-x e 8cm segundo o eixo-y. A densidade de fluxo magnético na região da espira é de 5 mT segundo o eixo-y. *A rectangular loop is in xoy plane with its center at (0, 0, 0). The loop is in the vacuum and have 10cm along x-axis and 8cm along y-axis. The magnetic flux density in the coil region is 5mT according to the y-axis.*

$$\vec{m} = NIS\vec{a}_n$$

$$\vec{a}_n = \vec{a}_z$$

$$\vec{T} = \vec{m} \times \vec{B}$$

$$S = 0.1 \times 0.08 \text{ m}^2$$

$$N = 1$$

$$\vec{B} = 5 \times 10^{-3} \vec{a}_y$$

a) Qual o torque exercido sobre a espira em relação ao eixo-x? *What is the torque over the loop around the x-axis?*

Resolução [Resolution](#)

$$\vec{T} = NIS\vec{a}_n \times \vec{B}$$

$$\vec{T} = 1I \times 0.1 \times 0.08 \times \vec{a}_z \times 5 \times 10^{-3} \times \vec{a}_y$$

$$\vec{T} = -40 \times 10^{-6} I \vec{a}_x \text{ N} \cdot \text{m}$$

Resposta [Answer](#)

$$\vec{T} = -40 \times 10^{-6} I \vec{a}_x \text{ N} \cdot \text{m}$$

b) Qual o torque exercido sobre a espira em relação ao eixo-y? *What is the torque over the loop around the y-axis?*

Resolução [Resolution](#)

$$\vec{T} = -40 \times 10^{-6} I \vec{a}_x + 0 \vec{a}_y + 0 \vec{a}_z \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$

Resposta [Answer](#)

$$\vec{T} = 0 \vec{a}_y \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$

c) Qual o torque exercido sobre a espira em relação ao eixo-z? *What is the torque over the loop around the z-axis?*

Resolução [Resolution](#)

$$\vec{T} = -40 \times 10^{-6} I \vec{a}_x + 0 \vec{a}_y + 0 \vec{a}_z \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$

Resposta [Answer](#)

$$\vec{T} = 0 \vec{a}_z \quad (\text{N} \cdot \text{m})$$